



JUEGOS EN MATEMÁTICA EGB

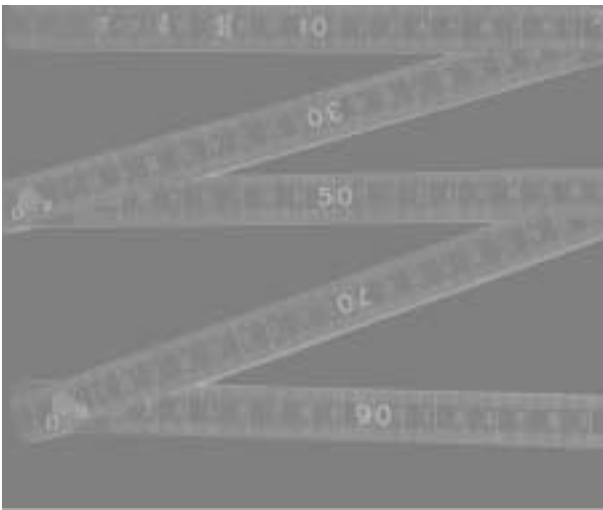
2

EL JUEGO
COMO RECURSO
PARA APRENDER
MATERIAL
PARA DOCENTES

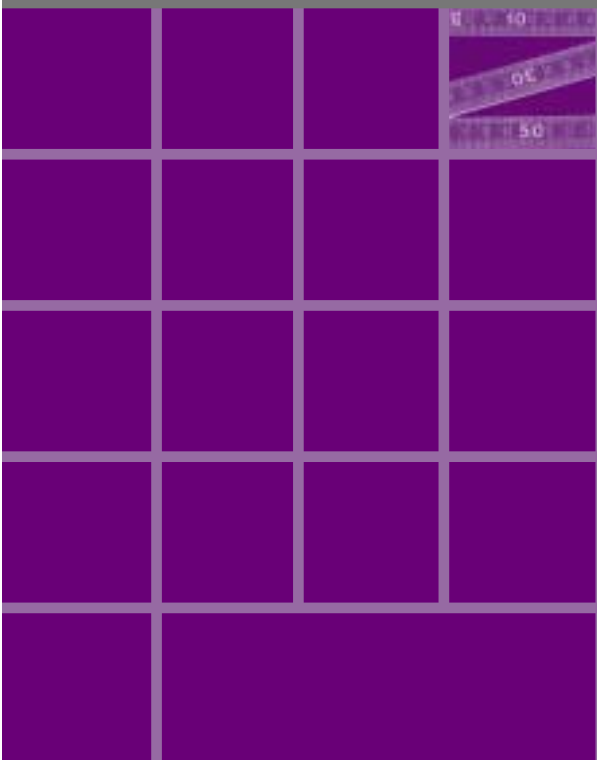
DIRECCIÓN NACIONAL DE
GESTIÓN CURRICULAR Y FORMACIÓN DOCENTE



MINISTERIO de
EDUCACIÓN
CIENCIA y TECNOLOGÍA



**Ministro de Educación,
Ciencia y Tecnología de la Nación**
Lic. Daniel F. Filmus
Subsecretario de Educación
Prof. Alberto Sileoni
Subsecretaria de Equidad y Calidad
Lic. Mirta S. de Bocchio
**Directora Nacional de Gestión
Curricular y Formación Docente**
Lic. Alejandra Birgin



Equipo de Producción Pedagógica

Coordinación: Graciela Chemello
Autoras: Mirta Hanfling
Valeria Machiunas

Equipo de Producción Editorial

Coordinación: Priscila Schmied
Edición: Norma Sosa
Ilustraciones: Gustavo Damiani
Pablo Appezzato
Diseño: Griselda Flesler
Priscila Schmied

Equipo de Producción Editorial de la Presente Reimpresión

Coordinación: Laura Gonzalez
Verónica Gonzalez
Silvia Corral
Sebastián Saccani

© Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Pizzurno 935, Ciudad de Buenos Aires. Hecho el depósito que establece la ley 11.723. Libro de edición argentina. Abril de 2004. ISBN 950-00-0464-X. Primera edición. Primera reimpresión.

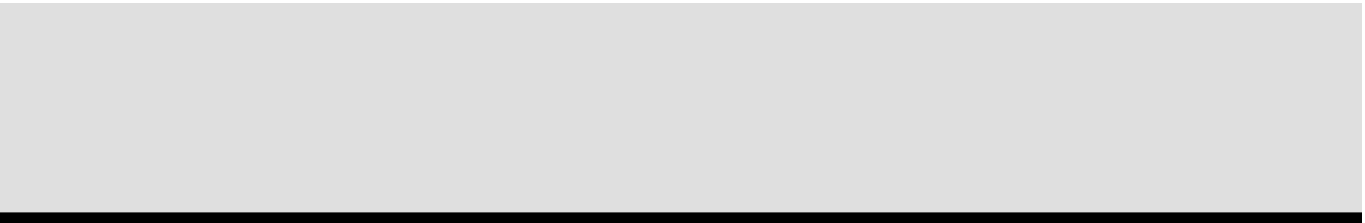
JUEGOS EN
MATEMÁTICA

EGB

2

EL JUEGO
COMO RECURSO
PARA APRENDER

MATERIAL
PARA DOCENTES



ÍNDICE



Introducción

- 1. Los materiales 4
- 2. La clase de Matemática 4
- 3. El uso del juego en el aula 5
- 4. El juego y la diversidad 6

Juegos para Segundo Ciclo

Partes del círculo	9
Escoba del 1	9
Formar 1 con perinola	11
Cartas con fracciones en cuadrados	13
El uno y medio	13
Basta numérico con fracciones	15
Cartas con fracciones	17
Guerra de fracciones	17
Guerra con cálculos	18
Poner orden	18
Tarjetas numéricas	19
Descubriendo equivalentes	19
Más que 1	20
Tiras fraccionadas	21
Carrera reglada	21
Monedas	25
El kiosco	25
Cartas con cuadriláteros	29
Memotest geométrico	29
Cartas con figuras	31
¿Quién es quién?	31
Buscando propiedades	32
Cartones de lotería	33
Lotería geométrica	33
Figuras para armar figuras	37
A diseñar patios	37
Patios de igual contorno	38
Tangram y plantillas	41
¿Qué piezas? I	41
¿Qué piezas? II	42



INTRODUCCIÓN

1. Los materiales

Los materiales se han producido pensando en facilitar la tarea del maestro, para lograr un mejor aprovechamiento de su tiempo y del tiempo de los alumnos. Si bien su uso permite trabajar sólo con algunos de los contenidos correspondientes al Ciclo, nos parece que permiten instalar en las clases de Matemática un tipo de actividad que interesa promover.

Para este Ciclo hemos elaborado un bloc de recortables y un cuadernillo para el docente. Cada recortable se ha diseñado para un grupo de cuatro niños y se envían en blocs en cantidad suficiente para que pueda ser usado por todos los alumnos de una clase.

Cada conjunto de recortables del Segundo Ciclo incluye los siguientes materiales:

- partes del círculo
- cartas con fracciones en cuadrados
- cartas con fracciones
- tarjetas numéricas
- tiras fraccionadas
- monedas
- cartas con cuadriláteros
- cartas con figuras
- cartones de lotería
- figuras para armar figuras
- tangram y plantillas

En el cuadernillo se presentan juegos que se pueden realizar con los materiales recortables, para que cada docente utilice aquellos que se adapten a los conocimientos de sus alumnos y a lo que desee enseñar, independientemente del año particular que se encuentren cursando dentro del Ciclo.

2. La clase de Matemática

Partimos de la idea de plantear en el aula situaciones en las que los alumnos “hagan matemática”, es decir, que elaboren estrategias matemáticas propias, utilicen las representaciones que consideren adecuadas, discutan con sus pares, expliquen sus ideas, den razones de sus procedimientos y resultados, confronten sus producciones con las de otros, acepten críticas y otros puntos de vista.



Para generar una actividad de este tipo, el planteo de problemas es un recurso privilegiado de enseñanza y los juegos un contexto para el planteo de problemas. El clima de aula deberá ser de respeto de las ideas ajenas, de estímulo a la participación activa y de consideración de los errores como parte integrante del aprendizaje. En este marco, los materiales de trabajo son un soporte de las situaciones de enseñanza planificadas y no un instrumento de enseñanza en sí mismos.

Cuando decimos que los niños aprenden jugando, pensamos en el juego a disposición del aprendizaje y no en la mera acción lúdica. El juego forma parte de las actividades planificadas para el aula, dentro de una secuencia de enseñanza y, en este sentido, no es un entretenimiento sino una herramienta efectiva y útil para aprender determinados contenidos.

Hablamos aquí de secuencia con relación a la enseñanza de un tema determinado, es decir la secuenciación de actividades que apuntan a la enseñanza de un contenido específico. Una secuencia, por tanto, suele abarcar varias situaciones (o actividades) y cierto número de clases.

3. El uso del juego en el aula

Los juegos poseen la ventaja de interesar a los alumnos, con lo que, en el momento de jugar, se independizan relativamente de la intencionalidad del docente y pueden desarrollar la actividad, cada uno a partir de sus conocimientos. Pero la utilización del juego en el aula debe estar dirigida a su uso como herramienta didáctica: **jugar no es suficiente para aprender**. Justamente, la intencionalidad del docente diferencia el uso didáctico del juego de su uso social. Cuando juega, el propósito del alumno es ganar, tanto dentro como fuera de la escuela. El del docente, en cambio, es que el alumno aprenda algún conocimiento.

Según el **propósito** que se proponga, el docente elegirá **el material** y/o lo adaptará en función del contenido a enseñar. Luego es necesario que el docente **organice el grupo** y vaya conduciendo la clase en etapas sucesivas con relación a cada juego.

- El docente organizará la clase en grupos, proporcionándoles –junto con el material– las reglas correspondientes al juego y los roles que cada uno asumirá durante su desarrollo. Es importante tener en cuenta que todos los integrantes del grupo deben participar activamente del juego, desde el punto de vista cognitivo, pudiendo incluso abarcar más de un rol (por ejemplo, en un juego de cartas, repartir y jugar, y no sólo repartir para que los demás jueguen).
- Cada grupo jugará el juego hasta terminar. El docente recorrerá la clase aclarando las dudas que pudieran aparecer respecto de las reglas del juego. Aquí conviene destacar que el juego y los grupos deben estar armados de modo que sea posible hacer un cierre en común.
- Luego se planteará un momento de reflexión sobre el desarrollo del juego: qué estrategias utilizó cada uno, si todos jugaron de la misma manera, si se detectó alguna estrategia más eficiente que otras dentro de las utilizadas, etc. Incluso es posible plantear aquí, según la intencionalidad original del docente, algunas preguntas que lleven a los alumnos a reflexionar sobre el contenido particular que se ha querido trabajar con el juego planteado.

- Esta última discusión deberá tener un cierre en el que el docente destaque sintéticamente los contenidos trabajados. Esta última etapa de cierre está íntimamente ligada a la intencionalidad didáctica de la actividad planteada, a los contenidos que se han querido trabajar y al alcance logrado por la producción de los diferentes grupos respecto de este contenido. El cierre permite al docente presentar las denominaciones, representaciones y relaciones con otros conocimientos considerados válidos en Matemática de los conocimientos utilizados durante el juego. A su vez, permite que los alumnos tomen conciencia de que han logrado un nuevo aprendizaje y reconozcan en forma explícita las relaciones de lo nuevo con lo conocido.

En las **consideraciones didácticas** hemos desarrollado algunos de los procedimientos posibles de resolución y algunas de las reflexiones posibles en función de la finalidad enunciada. Pero habrá que analizar, en cada caso particular, cuáles serán las reflexiones pertinentes posibles según la finalidad a la que apunte.

Es importante tener en cuenta que ningún juego se juega una sola vez; de ser así impediría el progreso de los alumnos en el uso de estrategias mejores que las ya utilizadas y aprendidas en ocasión de la discusión de la partida anterior. En los juegos dirigidos a fomentar la realización de cálculos por parte de los alumnos, por ejemplo, la repetición del juego permitirá reutilizar los cálculos ya memorizados y las estrategias aprendidas en la realización de nuevos cálculos además del ensayo de nuevas estrategias.

También es importante que el docente organice actividades en las que los alumnos puedan volver a utilizar los conocimientos aprendidos con los juegos en tareas diferentes. Por ejemplo, si se trata de un juego que incluye las sumas cuyo resultado es 10, se puede proponer una actividad de revisar cálculos para encontrar errores en los que esas sumas estén involucradas. Hemos incluido algunos ejemplos en **actividades complementarias**.

Por otro lado, es posible asignar tareas para desarrollar en forma individual, fuera del horario escolar, relacionadas con los juegos. Si se proponen juegos como tarea para la casa –lo que permite incorporar a la familia– es posible que el docente retome el trabajo desde la reflexión. Esto puede permitir la aparición de estrategias elaboradas por otros integrantes de las familias y poner a los alumnos en situación de describir y defender o rechazar estrategias que no son propias. Por otra parte, estas propuestas dan ocasión a la familia de participar en el proceso de aprendizaje de los niños, en un apoyo articulado con la tarea del maestro.

4. El juego y la diversidad

El planteo de juegos como estrategia de enseñanza permite tener en cuenta la diversidad cognitiva de los alumnos. Y esto aparece en relación con diferentes cuestiones.

Al plantear los juegos, es posible que alumnos con diferentes saberes en el punto de partida jueguen con diferentes estrategias e incluso que discutan una para presentar al resto de grupo.

También es posible modificar la complejidad del juego planteado para alguno de los grupos, lo que se puede hacer tanto cambiando el material como las reglas. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que es una tarea compleja que conviene abordar en equipo para dis-



cutir los cambios y los efectos que éstos tengan en los aprendizajes previstos con la implementación del juego.

Los juegos que se proponen a continuación constituyen un material para docentes que no supone la sugerencia de orden ni exhaustividad para su uso.

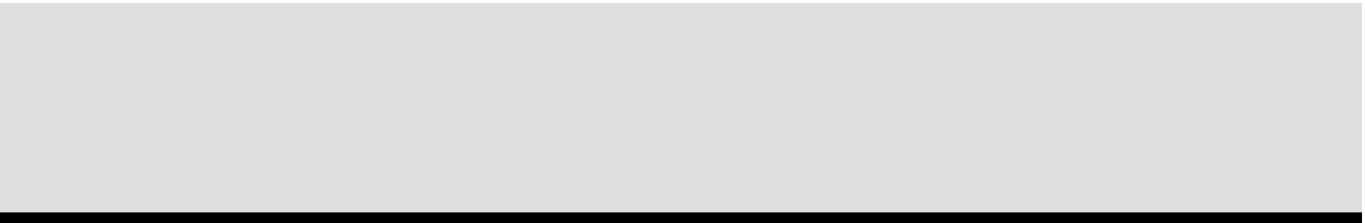
Se trata del aporte de un conjunto de recursos de entre los cuales cada maestro podrá seleccionar aquellos que le resulten apropiados para ser incluidos en sus clases, en los momentos que prevea para ello y en el orden que corresponda según su plan de trabajo.

No se trata de organizar la enseñanza alrededor de los juegos, sino de incluir los mismos en el marco de un proyecto particular de enseñanza. En dicho proyecto, el juego podrá utilizarse para diagnosticar el estado de un determinado saber; para iniciar el trabajo con un conocimiento nuevo; para que los alumnos reutilicen un conocimiento aprendido o para evaluar aprendizajes.

Muchos de los juegos incluidos en este cuadernillo han sido inspirados y recreados a partir de materiales bibliográficos publicados en el país y en el exterior por especialistas en estos temas¹.

¹ Fuenlabrada, Irma; Block, David; Balbuena, Hugo y Carvajal, Alicia. *Juega y aprende Matemática. Propuestas para divertirse y trabajar en el aula*. Novedades Educativas, Buenos Aires, 2000.

Kamii, C. *El niño reinventa la Aritmética*. Aprendizaje Visor, Madrid, 1984.

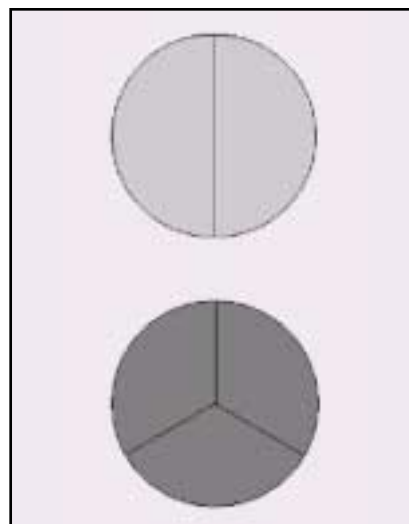


JUEGOS PARA SEGUNDO CICLO

Partes del círculo

En este material se dan las “partes” representadas tomando el círculo como entero y los alumnos deben elaborar una representación numérica de las mismas. Al estar los círculos recortados, los alumnos tienen una forma de control de su elección en la formación del entero: es correcta si sus piezas forman un círculo completo.

En los juegos que se proponen con este material se posibilita a los alumnos la puesta en práctica de estrategias personales de comparación y suma de fracciones. Se favorece así la adquisición del sentido de la suma en los números racionales como suma de las partes de un todo.



Escoba del 1

Materiales

- 35 piezas recortadas a partir de los círculos: medios, tercios, cuartos, sextos, octavos y doceavos

Organización del grupo

- Se juega en grupos de 4 alumnos.

Reglas del juego

Se mezclan y se colocan las piezas en una caja opaca. Sin mirar, cada jugador saca 4 piezas y luego se colocan otras 3 en el centro de la mesa.

Cada uno, por turno, debe formar un círculo (el entero) con una pieza propia y una o más de las que hay en la mesa.

Si lo logra, las recoge formando un montón. Si no puede formarlo, coloca una de sus piezas sobre la mesa. En ambos casos, pasa el turno al compañero.

Cuando no tienen más piezas en la mano, sacan otra vez 4 cada uno sin mirar, y se juega otra mano, y así hasta que se terminan las piezas.

Gana quien logró reunir la mayor cantidad de enteros.

Consideraciones didácticas

Antes de iniciar el juego se puede realizar la exploración colectiva del material, haciéndoles comprobar, por superposición, que todas las piezas del mismo color son "iguales", y contando cuántas son necesarias para formar un círculo completo.

El juego permite el abordaje del concepto de fracción como parte de un todo, la comparación de las partes entre sí y el hallazgo de equivalencias.

La posibilidad de manipular las piezas permite la comparación según su área en forma efectiva y por lo tanto, en cada caso, es posible argumentar sobre las elecciones, teniendo en cuenta tanto los resultados del ensayo como el trabajo desde lo numérico. Completar el círculo o no puede no ser tan evidente cuando, por ejemplo, "falta" o "sobra" solamente un doceavo.

Asimismo, la manipulación favorece la construcción de una representación mental adecuada de las partes que facilitará la elaboración de criterios de comparación. También permite el desarrollo de un repertorio básico de fracciones equivalentes, al reconocer, por ejemplo, que dos piezas de $\frac{1}{4}$ ocupan la misma porción del círculo que una de un medio.

Durante el juego, los alumnos tienen oportunidad de utilizar estrategias para el cálculo mental y fundamentarlas cuando se agregue explícitamente el pedido de hacerlo. Así, por ejemplo, calculan y recuerdan que $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ es $\frac{3}{4}$, que $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ es $1 \frac{1}{4}$, ó que $\frac{6}{8} + \frac{1}{2}$ es $1 \frac{1}{4}$.

Es importante que sean los alumnos los que controlen y analicen si las sumas son correctas o no, debiendo el docente intervenir sólo en el caso de que ellos no se pongan de acuerdo. Es conveniente indicar que debe haber acuerdo en el grupo al que se debe arribar no por "votación de la mayoría", como se suele llegar a un acuerdo en otros asuntos, sino por alguna argumentación matemática o por el empleo de alguna representación de las fracciones que consideren adecuada.

Al finalizar el juego es conveniente hacer una reflexión sobre las diferentes maneras de obtener uno y las equivalencias utilizadas, para lo cual se puede pedir a los alumnos que vayan registrando sus jugadas en un papel, indicando con números cómo formaron cada entero. De este modo se puede trabajar con la escritura numérica de las fracciones.

Actividades complementarias

El docente puede proponer un listado de cuentas que simulen una jugada.

Por ejemplo: "Tienen dos piezas de $\frac{1}{6}$ y una de $\frac{1}{9}$, y en la mesa hay dos piezas de $\frac{1}{9}$, una de $\frac{1}{2}$, cuatro de $\frac{1}{12}$ y una de $\frac{1}{3}$. ¿Qué piezas pueden levantar?"

Posteriormente se puede representar la misma situación en forma abreviada; en el ejemplo dado, sería escribiendo: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \dots = 1$ para que completen con una o varias fracciones.

También se puede pedir que en cada caso busquen varias respuestas o digan qué cartas les convendría que hubiera en la mesa para levantar la mayor o la menor cantidad de cartas posibles.



Formar 1 con perinola

Para esta variante se emplea, además, una de las perinola de 6 lados con las fracciones de numerador 1.

El objetivo sigue siendo juntar enteros. En este caso, en lugar de repartir las piezas a cada jugador, se colocan todas en el centro y, por turno, cada alumno toma la perinola y la hace girar. Luego retira una o más piezas por el valor total que salió en la perinola. Debe haber acuerdo entre todos los integrantes respecto de que las piezas retiradas forman el valor obtenido en la perinola.

Por ejemplo, si ya tiene dos piezas de $\frac{1}{3}$ y saca $\frac{1}{2}$ en la perinola, al intentar armar el entero comprobará que se excede de 1. Puede entonces pedir cambio de la pieza de $\frac{1}{2}$ por una de $\frac{1}{3}$ y una de $\frac{1}{6}$, y de esa manera podrá completar el entero con $\frac{1}{3}$ y le sobrará el sexto. Cuando los alumnos hayan jugado algunas veces se podrá agregar la regla de anticipar la necesidad o no del cambio antes de levantar la pieza según el valor indicado por la perinola.

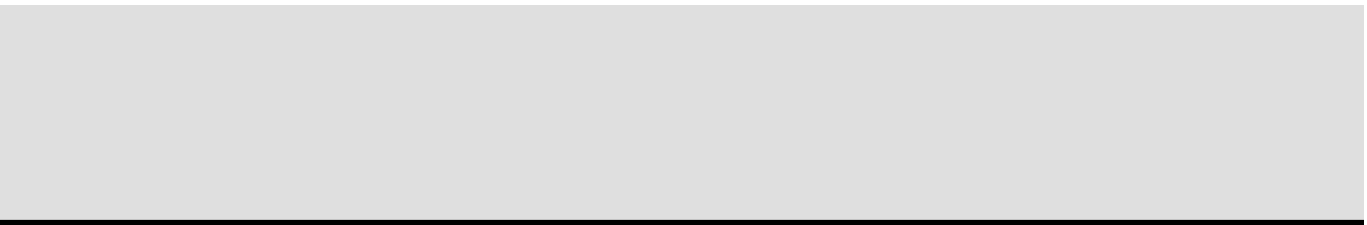
De no haber piezas para hacer el cambio, se devuelve la pieza a la mesa y se espera el próximo turno.

Consideraciones didácticas

El docente puede graduar la dificultad del juego proporcionando sólo parte de las piezas o todas ellas teniendo en cuenta que, a mayor cantidad de piezas, más largas pueden resultar las partidas. Atendiendo al valor de los denominadores, podrá proponer el trabajo, inicialmente, con piezas como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$, o con $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$.

En este caso, el docente o los alumnos pueden construir con relativa facilidad, con un cartón rígido, una perinola que tenga sólo las fracciones correspondientes a las piezas seleccionadas. También puede utilizar un dado común al que se le peguen adhesivos con las fracciones en juego.

Se puede también cambiar la regla para que haya que formar $1\frac{1}{4}$, ó $1\frac{1}{2}$ ó 2 jugando con las dos perinolas al mismo tiempo.

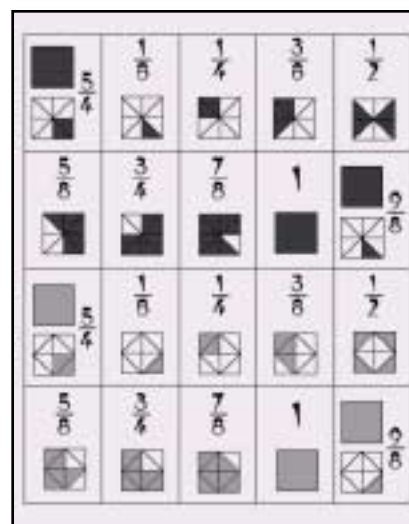


Cartas con fracciones en cuadrados

Para trabajar con este material, se da a los alumnos cada fracción representada en forma numérica y geométrica. Esto permite que jueguen juntos alumnos que interpreten una u otra de las representaciones presentes.

El uno y medio

En los juegos que se proponen con este material se posibilita a los alumnos el trabajo con fracciones equivalentes y el desarrollo de estrategias personales para la comparación y suma de fracciones.



Materiales

- El mazo de cartas de fracciones (son 40 cartas, en cuatro "palos", con los valores: 1, 1/8, 1/4, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4, 7/8, 9/8, 5/4)
- Una hoja en blanco y un lápiz para anotar por alumno
- Una tira de cartulina donde se ha representado la recta numérica con una marca sobre el 1 1/2
- Una ficha que represente a cada jugador (fácilmente distinguible)


Organización del grupo

- Se juega entre 4 jugadores.

Reglas del juego

Se trata de un juego del estilo del "siete y medio", cuyo objetivo es sumar fracciones y compararlas mentalmente. Se juegan 4 rondas. En cada ronda, uno de los jugadores reparte y no se da cartas a sí mismo (es el "cartero").

Se mezclan las cartas y el cartero reparte una a cada jugador, quienes la ubican boca abajo. Cada jugador levanta y mira su carta –sin mostrarla– y en la siguiente ronda, a su turno, le dice al cartero que quiere una carta más –tantas veces como desee, hasta que decida "plantarse"– o que no quiere más cartas.



Se trata de acercarse a $1 \frac{1}{2}$ tanto como se pueda.

Para decidir quién gana cada ronda, una vez que los tres jugadores declararon que no quieren más cartas, cada uno/a calcula cuánto tiene (la suma de sus cartas) y pone su ficha sobre el número correspondiente a la suma de sus cartas en la "recta numérica", con lo cual es prácticamente inmediata la comparación de las fracciones resultado. Se muestran las cartas y controlan entre todos. Si alguien no está de acuerdo con el resultado, tiene que explicar por qué.

Cuando todos acuerdan quién es el ganador, se anota el puntaje de la ronda.

En cada ronda se juega un punto.

- El que se pasa de $1 \frac{1}{2}$, no recibe puntos en esa ronda.
- Si un solo jugador sumó exactamente $1 \frac{1}{2}$, gana el punto de esa ronda.
- Si nadie sumó $1 \frac{1}{2}$, gana el punto quien más se aproximó.
- Si hay empate, se fracciona el punto en partes iguales (medios o tercios).

Se pueden jugar 4 u 8 rondas en cada partido, para que cada uno tenga la misma oportunidad de ser "cartero".

Consideraciones didácticas

Los denominadores de las fracciones en juego favorecen el trabajo con fracciones equivalentes, para realizar las sumas. Por otra parte, tener a la vista la recta numérica con las unidades divididas en octavos puede ayudar tanto a sumar fracciones como a compararlas y favorecer las representaciones mentales de fracciones equivalentes, lo que ayuda a construir el sentido de la suma de fracciones, en lugar de apoyarse en algoritmos que son fácilmente olvidados si se desconoce su origen.

Durante el juego, los alumnos tienen la oportunidad de utilizar y fundamentar (cuando se agregue explícitamente el pedido de hacerlo) estrategias para el cálculo mental de sumas de fracciones de distinto denominador. Además pondrán en juego procedimientos de comparación y ordenación.

Es importante que sean los alumnos los que controlen y analicen si las sumas y las comparaciones son correctas o no, debiendo el docente intervenir sólo en el caso de que ellos no se pongan de acuerdo.

Si las fracciones que aparecen en las cartas tienen distintos denominadores, tendrán que explorar cómo operar. Podría pasar que, para sumar cartas, los alumnos vayan agrupando mentalmente partes de la fracción. Por ejemplo, si alguien tiene las siguientes cartas: $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$ puede descomponer los $\frac{5}{8}$ en $\frac{2}{8}$, que con el $\frac{3}{4}$ completan el primer entero, y ver que le "sobran" $\frac{3}{8}$ y diría que tiene "un entero y tres octavos".

Actividades complementarias

Como primera actividad, y para permitir una familiarización con todo el mazo, se pueden colocar todas las cartas boca abajo mezcladas, en el centro de la mesa, y los alumnos, orga-



nizados en grupos de 4, por turno, deben levantar dos, mostrarlas, identificar el valor de cada una con uno de los puntos marcados en la recta numérica e indicar cuál es la mayor de ambas, registrando los resultados en sus cuadernos.

Luego se puede indicar que, en base a sus registros, sumen cada par extraído, identificando el valor de la suma en la recta numérica y registrándolo en el cuaderno.

En ambos casos se debe indicar que debe haber acuerdo en el grupo respecto de los resultados (pero no por "votación de la mayoría", como se suele llegar a acuerdos en otros asuntos, sino por alguna argumentación matemática, que puede basarse en el uso de alguna representación de los valores que consideren adecuada).

Es conveniente hacer una puesta en común luego de al menos 2 rondas, así cada alumno participa y pone en funcionamiento sus estrategias personales al menos dos veces.

Además de la actividad preliminar descrita, para un trabajo posterior se puede proponer el siguiente juego con lápiz y papel.

Variantes del juego

- Trabajar con el apoyo de la recta numérica y asignarle un tope de tiempo a las respuestas, son variables que el docente evaluará cuándo incluir, ya que a partir de ellas variará el nivel de dificultad al que se enfrentan los alumnos.
- Para un segundo repertorio, se puede fabricar un segundo mazo, agregando cartas con sextos, tercios y doceavos. En este caso, para realizar las sumas deben recurrir muchas veces a la búsqueda de fracciones equivalentes con denominador 12.

Basta numérico con fracciones²

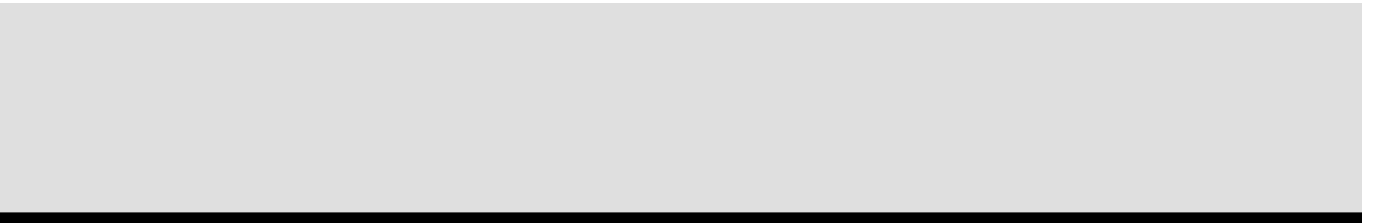
Reglas del juego

Uno de los alumnos del grupo elige al azar un número entre $\frac{1}{2}$ y $1 \frac{1}{2}$ de los que figuran en la recta numérica. Por el término de unos minutos, todos deben escribir sumas cuyo resultado sea ese número. Terminado el tiempo acordado (por ejemplo, se dan 5 minutos) los niños controlan las sumas y se asigna 1 punto por cada respuesta correcta no repetida y $\frac{1}{2}$ punto para cada uno si está repetida. Gana quien tiene mayor puntaje después de cuatro vueltas.

Variantes del juego

- Versión con cartas del Basta numérico. Por turno, cada alumno va retirando del centro dos o más cartas que sumen el valor elegido hasta que se acaben todas, y van registrando por escrito cada extracción.

² Este juego es una adaptación del presupuesto en los Documentos del Plan de Compensación ciclo lectivo 2000, para la provincia de Corrientes.



Cartas con fracciones³

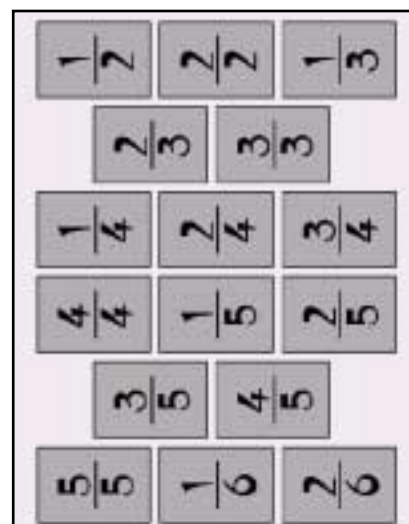
Con estas cartas se promueve que los alumnos operen fundamentalmente con la representación numérica recurriendo a la geométrica cuando la primera no resulte significativa.

Igual que con las cartas con fracciones en cuadrados, este material permite la realización de juegos en los que los alumnos comparan fracciones, las suman o las restan.

Guerra de fracciones

Materiales

- 48 cartas con las fracciones representadas en forma numérica en una cara y en forma gráfica en la otra



Organización del grupo

- Se juega en grupos de 4 alumnos.

Reglas del juego

Se mezclan y se reparten 12 cartas a cada jugador con la representación numérica hacia arriba, formando 4 pilas personales. Los 4 colocan a la vez en el centro, la carta superior de su pila.

El que tiene la carta de mayor valor se lleva las cuatro cartas y las coloca aparte en otra pila personal. Las cartas llevadas no se vuelven a usar.

Si hay dudas, se pueden dar vuelta las cartas y usar la comparación de los rectángulos pintados al dorso para constatar. Si hay empate se juega otra vuelta y el ganador se lleva las ocho cartas.

Gana quien al final del juego tiene más cartas.

Consideraciones didácticas

Según el repertorio de fracciones que los alumnos estén manejando, se puede jugar con diferentes mazos, armados con algunas cartas seleccionadas entre las 48 del mazo. En tal caso, a cada jugador le tocarán menos cartas. Por ejemplo, con denominadores 2, 4 y 8, ó con 2, 3 y 6, ó con 2, 3, 4, 6 y 12.

El juego promueve la comparación de fracciones a partir de su representación numérica y, en una segunda instancia, de una representación geométrica, en este caso un rectángulo. Esta comparación permitirá reconocer fracciones equivalentes como expresiones de la misma cantidad.

³ Adaptación de un juego de *Juega y aprende Matemática*. I. Fuenlabrada y otros. Novedades Educativas. Buenos Aires, 2000.



También puede ser interesante, en un momento de reflexión, proponer la comparación de ambas representaciones con otras trabajadas anteriormente.

Se puede agregar la regla de que el que se lleva cartas debe anotar todas las cartas de la mano señalando la ganadora para tener un registro escrito utilizable para la puesta en común.

Es conveniente que el docente genere un espacio para recuperar las distintas estrategias de comparación desarrolladas por los alumnos durante el juego. Convendrá detenerse tanto en el orden en que se van comparando como en los elementos tenidos en cuenta para establecer la comparación: los numeradores, los denominadores, su diferencia, la parte del entero que representa cada fracción, lo que le falta a cada una para completar la unidad, u otras que puedan surgir.

Guerra con cálculos

Se puede introducir la regla de que cada alumno dé vuelta dos cartas a la vez y las sume; y que se lleve todas el que obtenga la suma mayor. También, en forma análoga, se puede pedir que las reste y se lleve las cartas el que tenga la resta cuyo resultado sea el mayor o el menor.

Esto permitirá que los alumnos utilicen diferentes estrategias para sumar o restar fracciones y también para comparar los resultados. Podrán hacerlo comparando las representaciones geométrica o numérica de las fracciones que resultan en cada caso, o comparando las cartas una a una. En caso de realizar la operación podrán utilizar o no equivalencias para obtener los resultados.

También en estos casos es conveniente solicitarles que registren por escrito los resultados obtenidos en algunas de las rondas, para facilitar una posterior puesta en común.

Poner orden

Modificar el juego inicial: cuando los cuatro jugadores dieron vuelta su carta, ordenarlas de mayor a menor, asignando puntos de 4 a 1, según ese orden. Gana el que obtiene más puntos.

En este caso no es necesario desempatar ya que puede haber jugadores con el mismo puntaje en esa ronda, si tenían tarjetas con fracciones equivalentes. Además, las cartas ya jugadas, pasan a un pozo común.

Este cambio involucra un proceso de comparación más complejo, ya que se deben comparar todas las cartas entre sí para establecer el orden entre ellas.

Actividades complementarias

Se pueden proponer actividades que simulen rondas de los juegos en sus diversas variantes. Se podrá pedir que, en situaciones de comparación, de suma o de resta, determinen tanto el ganador como las cartas componentes de una jugada.

Por ejemplo: a partir del dibujo de las cuatro cartas descubiertas en una partida donde se las lleva el que tiene la mayor, preguntar: "¿Hay un ganador o es necesario desempatar? Expliquen por qué."

O para la variante con suma o con resta, dibujar 4 pares de cartas y preguntar cuál es el ganador, o dado el ganador y las cartas de tres jugadores, pedir que escriban posibles pares de cartas correspondientes al cuarto jugador.

En cuanto a la variante de establecer un orden, se puede proponer completar una serie con distintas posibilidades dadas dos o tres de las cuatro cartas.

Tarjetas numéricas

Descubriendo equivalentes

Materiales

- Un juego de 42 fichas con distintas escrituras numéricas
- Lápiz y papel para anotar el puntaje

Organización del grupo

- Se juega entre 4 alumnos.

Reglas del juego

Se colocan las fichas boca abajo, en un arreglo rectangular. Por turno, cada jugador levanta dos fichas, de manera que las vean los cuatro integrantes del grupo.

Si quien las levantó identifica que las dos fichas corresponden a distintas representaciones de un mismo número racional, lee en voz alta ambas tarjetas, y si todos acuerdan, se las lleva y se anota para sí ese número como puntaje. Si alguien no acuerda, se discute en el grupo para decidir quién tiene razón.

Si quien levantó las fichas decide que éstas no corresponden a representaciones del mismo número, las vuelve a colocar en el mismo lugar, boca abajo.

En ambos casos le toca el turno al compañero.

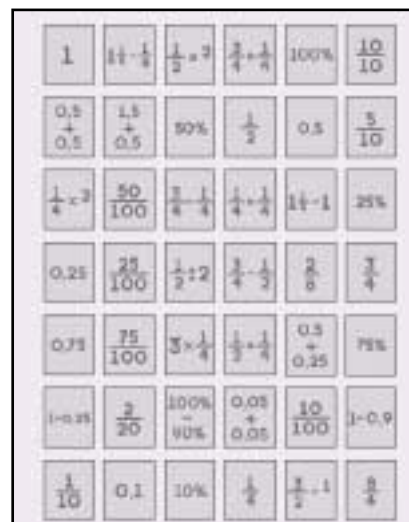
Cuando no quedan más fichas sobre la mesa, se suman los puntos que acumuló cada uno; después de controlar y acordar con el resultado, gana quien logró la mayor suma.

Consideraciones didácticas

En este juego, los alumnos tienen la oportunidad de reconocer distintas representaciones numéricas de un mismo número racional y establecer equivalencias entre ellas.

La diversidad de representaciones pretende favorecer el establecimiento de relaciones entre ellas.

Los alumnos podrán poner en funcionamiento procedimientos de identificación de números racionales en diversas interpretaciones y de comparación entre los símbolos que componen cada escritura, por ejemplo:



1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 2$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$	100%	$\frac{10}{10}$
$\frac{0.5}{0.5}$	$\frac{1.5}{0.5}$	50%	$\frac{1}{2}$	0.5	$\frac{5}{10}$
$\frac{1}{4} \times 3$	$\frac{50}{100}$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2} - 1$	25%
0.25	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{2} \div 2$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{4}$
0.75	$\frac{75}{100}$	$3 \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$	$\frac{0.5}{0.25}$	75%
$1 - 0.25$	$\frac{2}{20}$	100%	$\frac{0.05}{0.05}$	$\frac{10}{100}$	$1 - 0.9$
$\frac{1}{10}$	0.1	10%	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - 1$	$\frac{2}{4}$

50% → 50 de cada 100 → 50/100

Otro ejemplo:

0,5 → 5 décimos → 5/10

Es importante que, en caso de desacuerdo, los alumnos expongan sus posiciones y las justifiquen, y que sólo pidan la intervención del docente si agotada esta instancia no se llega a un acuerdo.

Actividades complementarias

Se pueden simular partidas donde los jugadores tengan "visión de rayos X": el docente puede dibujar en el pizarrón algunas fichas del juego y proponer:

- asociarlas de a 2;
- dar una e indicar todas aquellas con las que se podría asociar;
- dar "pares levantados" para corregir si están bien o mal y por qué;
- inventar otras tarjetas posibles a partir de una del juego.

Más que 1

Mediante un cambio en las reglas de juego se puede trabajar con un contenido distinto, tal como sumas sencillas con números racionales.

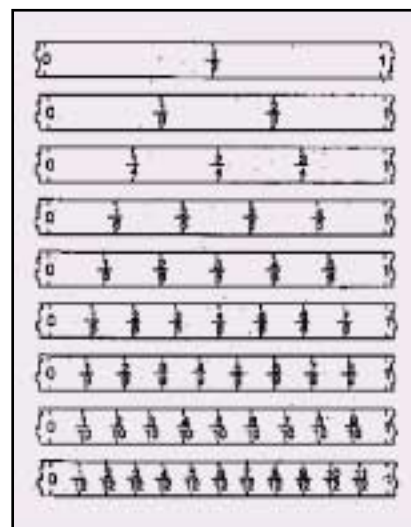
Para llevarse las fichas, la suma de los números representados debe ser mayor que 1. La regla se debe acordar previamente a iniciar la partida.

De este modo, se da oportunidad a los alumnos de utilizar estrategias de estimación y cálculo aproximado.

Tiras fraccionadas ⁴

Las escrituras fraccionarias que aparecen en las marcas de las reglas graduadas pueden asociarse a puntos representativos de los números racionales en la recta numérica pues en ambos casos se relacionan con la medida de la longitud del segmento cuyos extremos son el 0 y el punto en la recta.

El juego permite trabajar la comparación de fracciones, fracciones equivalentes y distintas descomposiciones de una fracción.



Carrera reglada

Materiales

- Tablero con 9 tiras numéricas y 9 fichas para cada equipo (un color para cada uno)
- Dos perinolas de 9 y 6 lados (armadas con el material recortado, pasando por el centro un lápiz o trozo de palito de brochette)
- Lápiz y papel para registrar los movimientos

Organización del grupo


- Se juega en dos equipos de dos integrantes cada uno.

Reglas del juego

Cada equipo tiene un tablero con las 9 tiras numéricas y coloca sus fichas en el 0 de cada una. Por turno cada equipo tira las dos perinolas. En cada tiro sacan un número natural y una fracción.

Tiene que avanzar el valor correspondiente a tantas veces la fracción como indica el número natural. Por ejemplo, para $1/6$ y 5, avanza en total 5 veces $1/6$ ó $5/6$. Lo hace con una o con varias fichas, partiendo desde el cero, de forma que la medida de la longitud recorrida coincida en total con la fracción que indica la perinola. El otro equipo controla los movi-

⁴ Este recurso es una adaptación de un juego publicado en *Matemática 5*. Materiales para la enseñanza primaria. SEP, México.



mientos. Si no acuerda en que el (o los) movimiento(s) fuera(n) correctos, debe pedir explicaciones y deben discutir hasta ponerse de acuerdo. Si el movimiento no fue correcto, las fichas del equipo que movió mal vuelven a la posición anterior.

El equipo que no encuentra un movimiento o una descomposición adecuada pierde el turno.

Si hay acuerdo, llevan la o las fichas a sus nuevas posiciones y le toca el turno al otro equipo. Gana quien primero lleva 4 de sus fichas hasta el extremo derecho, es decir, hasta la unidad.

Ambos equipos deben realizar la misma cantidad de jugadas para determinar quien gana, por lo que puede suceder que ambos lleguen con 4 fichas al extremo derecho, en la misma cantidad de jugadas, y que se produzca un empate. En este caso gana el equipo que tenga alguna de sus 4 fichas restantes más cerca de la unidad.

Consideraciones didácticas

Durante el juego, los alumnos tienen oportunidad de utilizar diferentes estrategias para comparar fracciones, reconocer fracciones equivalentes, descomponer fracciones utilizando o no la equivalencia, y hallar sumas de dos o más sumandos que den un resultado prefijado. También tienen oportunidad de controlar las sumas realizadas por otros, y, si hay discusión, justificar sus movimientos. En este caso se favorece el desarrollo de las argumentaciones y que comiencen a hacerlas explícitas, someterlas a discusión y aceptar razonamientos o argumentaciones dados por otros.

Se puede pedir que durante el juego un alumno por grupo registre qué números fueron sacando en la perinola y qué movimientos hicieron con las fichas. Dado que hay varias descomposiciones para un mismo valor obtenido, a medida que se jueguen partidas y se comenten en forma grupal los movimientos efectuados, se puede avanzar en descomposiciones más complejas que permitan aprovechar más tiros y "pasar" menos veces. Por ejemplo, si se había avanzado con una ficha hasta el $\frac{2}{3}$ y se obtiene $\frac{2}{3}$, se puede avanzar $\frac{1}{3}$ esa ficha y ya tener una en la unidad y avanzar otra que se tenía en el $\frac{1}{6}$ el otro tercio, o sea al $\frac{3}{6}$ o, en lugar de eso, avanzar $\frac{4}{12}$ alguna ficha que estuviera en la regla de los doceavos, o repartir la distancia que se puede avanzar entre ambas reglas.

Actividades complementarias

Se pueden simular partidas: el docente dibuja en el pizarrón una posición de fichas (eligiendo algunas o todas las reglas), dice el valor obtenido en las perinolas y pide que indiquen en el cuaderno los movimientos posibles.

Se puede trabajar individualmente o en pequeños grupos. Al hacer la puesta en común, se puede pedir que traten de indicar todos los movimientos posibles.

Se puede solicitar que dibujen segmentos con medidas de longitudes indicadas (mayores y menores a la unidad), disponiendo de sólo una parte de las reglas para hacerlo. Por ejemplo, el docente puede encargar, individualmente o en pequeños grupos, que dibujen un segmento de medida de longitud $\frac{7}{4}$ sólo con las reglas divididas en medios y en octavos o sólo con las divididas en tercios y en doceavos. Se puede graduar la dificultad según la elección de las medidas de las longitudes a dibujar y de las reglas.



Se puede indicar que se trabaje por pares, con distintas reglas y medidas de longitudes, y que luego se intercambien los trabajos para controlarlos. En caso de no concordar, se puede aprovechar para introducir la discusión acerca de si se debe a un error de construcción (por ejemplo, no se midió a partir del 0, o no se controló la alineación de las reglas para producir el segmento final) o a errores inevitables de medición, y en este caso, fijar el margen aceptado para decidir lo que se considerará correcto.

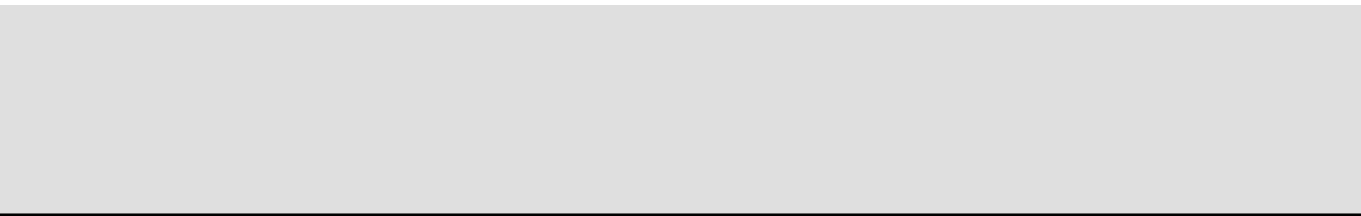
Otras actividades que se pueden ir intercalando con distintas clases en las que los alumnos juegan efectivamente son las siguientes.

Se puede repartir al azar la mitad de las reglitas y una de las perinolas a cada equipo de 2, y pedirles que anoten algunas maneras de formar, a partir de la medida de segmentos que encuentren dibujados en las reglitas, cada valor de la perinola. Por ejemplo, si en su perinola aparece el $\frac{5}{8}$ y en ese equipo eligieron las reglas divididas en medios y en octavos, tendrían que encontrar algunas de estas opciones: $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$ ó $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{8}$. Según las reglas y los valores de las perinolas que tengan, encontrarán una sola, varias o ninguna descomposición para cada valor de la perinola.

A partir de las anotaciones de cada equipo, se puede organizar una puesta en común, preguntando, por ejemplo, para cada fracción qué movimientos se pudieron hacer. Es de esperar que en los grupos haya distintas combinaciones de reglas y por lo tanto aparezca una diversidad de descomposiciones para cada valor. Siempre es conveniente pedir que expliquen cómo obtuvieron alguna de las descomposiciones, ya sean correctas o incorrectas, para permitir al resto de los grupos analizar las estrategias de los demás e intentar que ellos mismos den argumentos sobre la validez o no de las descomposiciones.

Variantes del juego

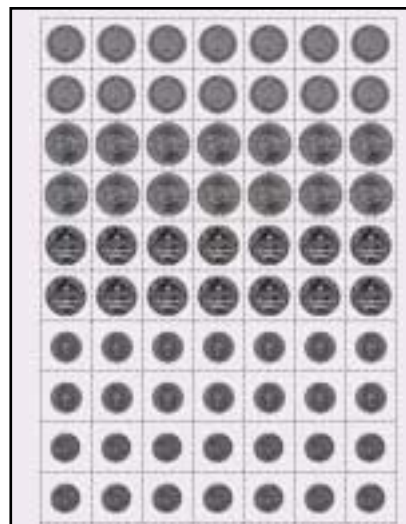
Para forzar las descomposiciones, se puede establecer que se deben avanzar como mínimo dos fichas en cada jugada y, en caso de no poder hacerlo, pasar el turno; así podrían estar más motivados a buscar descomposiciones adecuadas.



Monedas

Con este juego se procura que los alumnos empleen estrategias de estimación de sumas y comparación de números decimales.

Estas estrategias variarán, seguramente, según se permita o no el empleo del dinero al efectuar las estimaciones, ya que en el manejo del dinero, presente en la vida extra-escolar de los niños, suelen desarrollarse estrategias aprendidas en el medio social. Las estrategias empleadas para la estimación de las sumas y la comparación de números decimales podrán evolucionar a lo largo de varias partidas, sobre todo si éstas, tanto las que resultaron eficientes como las que no, se expresan en una puesta en común luego del juego y se estimula un análisis de las razones posibles en cada caso.



El kiosco

Materiales

- Cajitas y pastilleros vacíos para simular artículos de kiosco, de manera que haya varias cajitas de cada clase y la cantidad de cajitas de cada tipo sea tal que todos los grupos no puedan comprar lo mismo.
- Pequeños carteles con precios reales (expresados como números decimales) colocados en los paquetes de los artículos de kiosco
- Un escritorio o una mesa grande, para que el docente disponga las cajitas que simulan los artículos de kiosco (a los cuales se les adhirió el precio)
- Las monedas recortadas (se pueden emplear los billetes de menor denominación que trae el cuadernillo para el Primer Ciclo)
- Lápiz y papel para realizar cuentas
- Un reloj para que el docente tome el tiempo

Organización del grupo

- Juega todo el curso en equipos de 4 jugadores.
- Los integrantes de un equipo trabajan cooperativamente entre sí, y competitivamente con los otros equipos.

Reglas del juego

Se trata de un juego que se desarrolla en un corto tiempo preestablecido.

A cada grupo se le da una misma lista con una cantidad de artículos que deben comprar y un tope de gasto, menor al importe total de la lista.

Cuando el maestro da la señal sale el primer alumno de cada grupo con la lista y con la misión de elegir y tomar todos los artículos que pueda comprar sin pasarse del tope prefijado. No hay despachante en este kiosco, es "autoservicio". Para reunir su compra dispone de 2 minutos. Le está permitido llevar los artículos que seleccione hacia su grupo para que sus compañeros le ayuden a estimar si puede comprar más, pero en esta etapa no pueden usar lápiz y papel para hacerlo. En diferentes partidas puede permitirse o no que se ayuden a realizar la estimación con el dinero recortado.

Al indicar el docente que finalizaron los dos minutos, los participantes no pueden tomar ni devolver más artículos, y tienen ahora otros minutos más, por un lado, para que otros dos integrantes del grupo calculen con lápiz y papel el total exacto de la compra y por otro lado, para que el cuarto integrante del grupo calcule y reúna el dinero para realizar el pago.

Entre todos efectúan la comparación de ambas cantidades: la obtenida mediante la cuenta con lápiz y papel y la efectuada empleando sólo el dinero, y el integrante que realizó la compra en esa ronda escribe en el pizarrón la lista de sus precios en pesos (indicando los centavos como decimales) y el total calculado. Entonces, lleva el dinero necesario.

Una vez registrados todos los resultados en el pizarrón, se establecen a lo sumo 5 minutos para que los otros equipos verifiquen y acuerden o discrepen con los resultados, debiendo expresar sus argumentos en cada caso.

Los equipos que estimaron correctamente y que no se pasaron del tope de gasto fijado, tienen un punto por cada artículo comprado. Si se pasaron del tope de gasto no reciben puntos.

El equipo que más se aproximó al tope de gasto, recibe un punto adicional.

Al cabo de cuatro partidas, procurando rotar los roles que cada alumno ejerce en cada una, se suman los puntos de cada equipo y se determina el equipo ganador.

Consideraciones didácticas

La estimación es uno de los contenidos a desarrollar en este Ciclo. Por tratarse de un juego que hay que resolver en un tiempo breve preestablecido, favorece la aparición de estrategias cada vez más económicas para realizarla.

El trabajo contextualizado con dinero permite ejercer un control del orden de magnitud de las estimaciones y de los errores de estimación que pueden aparecer. El hecho de requerir la comunicación de la compra efectuada, permite establecer una correspondencia con los números decimales.

En el juego, los alumnos tienen oportunidad de realizar estimaciones y verificarlas, así como de realizar operaciones y comparaciones con números decimales.



Es de destacar que la circunstancia de que todos los equipos tengan la misma lista, pero no haya suficiente material para todos, por un lado, impide que algún alumno intente recoger lo mismo que recoge otro equipo, y por el otro, los obliga a hacer y deshacer estimaciones, pues puede sucederles que al volver a la mesa a retirar un artículo (que calcularon que podían llevar sin salirse del rango de precio establecido) ya lo haya retirado otro equipo y debían entonces cambiar la decisión sobre la marcha.

Si no está permitido el uso del dinero recortado como ayuda en la etapa de estimación, es posible que redondeen los precios al entero más cercano superior o al entero más próximo inferior (para evitar superar el tope de gasto) o a los 50 centavos, dependiendo posiblemente su elección de si en la lista hay cosas de poco valor (como caramelos) o cosas de mayor valor (como paquetes grandes de galletitas).

Cuando está permitido ayudarse con el dinero recortado, es posible que aproximen también a precios cercanos terminados en \$ 0,25, \$ 0,50 y \$ 0,75, afinando la estimación.

En ambos casos puede suceder que descompongan aditivamente los precios y los asocien componiéndolos con los precios de otros productos (por ejemplo, entre dos artículos que cuesten \$ 0,40 y \$ 2,10, descompongan en \$ 2 y asocien los \$ 0,10 con \$ 0,40 para formar \$ 0,50).

Muchos de los niños probablemente utilicen el dinero en la vida extra-escolar con estrategias diferentes a las escolares: por ejemplo, puede ser que calculen mal por 5 ó 10 centavos, pero difícilmente fallarán por 5 ó 10 pesos, a la inversa de lo que suele ocurrir si utilizan el algoritmo usual de la suma, que puede causar un “arrastré” de los errores hacia las unidades de mayor orden de magnitud.

El realizar las sumas en papel, y paralelamente operar con dinero, les permite el autocontrol del resultado, suponiendo que los niños identificaron que a la misma cuenta, realizada de diferentes formas, corresponde un único resultado.

Es importante que sean los alumnos los que controlen y analicen si las sumas son correctas o no, debiendo el docente intervenir sólo en el caso de que ellos no se pongan de acuerdo.


Al finalizar el juego se puede hacer una puesta en común de las estrategias de estimación utilizadas. A fin de facilitar esta puesta, se puede pedir a los alumnos que vayan registrando las ideas que les parezcan más eficientes.

Actividades complementarias

En el cuaderno se pueden simular estados del juego y pedir que tomen decisiones.

Por ejemplo: “Tu lista dice que compres 2 chokolatines, 10 caramelos, 1 paquete de galletitas saladas, 2 paquetes de galletitas dulces y 4 chupetines. Tu tope de gasto en \$ 5,50. Ya elegiste un chokolatín y un paquete de galletitas dulces (aquí dar los precios utilizados en el juego). En el escritorio-kiosco quedan 20 caramelos, dos chupetines y 2 paquetes de galletitas saladas (y se dan los precios correspondientes). ¿Podés comprar algo más? En caso afirmativo, nombrá los artículos y calculá el total”.

Se puede permitir que verifiquen sus estimaciones usando el dinero recortado, teniendo así la oportunidad de ejercer una autovalidación sobre sus resultados.



También se puede pedir que confeccionen boletas de las compras realizadas (en el pizarrón, se dibuja una boleta típica, con columnas para cantidad, descripción, precio unitario, totales parciales y total).

Variantes del juego

Para trabajar más acotadamente con las propiedades del sistema de numeración decimal (es decir, para reflejarlas más directamente en la manipulación del dinero) se puede restringir al uso de las monedas de \$ 0,10 y \$ 1 y los billetes de \$ 10, e incluir la regla de emplear la menor cantidad posible de piezas de dinero, pudiendo cambiarlas por el valor equivalente si lo necesitan.

Para graduar la dificultad del juego, el maestro puede seleccionar los artículos a tener en cuenta según los precios (puede resultar más fácil comparar precios similares que aquellos con gran diferencia de valor, o puede resultar más fácil si todos los precios terminan en 0,50, o son enteros, que si terminan en cualquier cantidad de centavos).

Se puede incrementar la dificultad agregando un mínimo de compra. Por ejemplo, si el tope máximo era \$ 4,50 se puede exigir que los artículos reunidos superen los \$ 3,50; en caso contrario, no acumulan puntos.

Para diseñar una secuencia asociada a este juego, las primeras veces que se juegue se puede emplear el dinero recortado como ayuda, para realizar las estimaciones y para controlar las sumas.

El docente será el encargado de confeccionar las listas de productos de acuerdo con lo que logre simular. Al comienzo se puede jugar con pocos elementos distintos e, incluso, repetidos (varios paquetes de figuras o varios de caramelos). Paulatinamente, se pasará a jugar con mayor variedad de elementos.

Asimismo, se pueden elegir en las primeras partidas precios más “fáciles” (por ejemplo, \$ 2, \$ 1,50, \$ 0,25) y luego, en partidas posteriores, incluir precios como \$ 1,15, \$ 0,35, e incluso tomar precios como aparecen en los supermercados (\$ 0,12) y discutir en ese caso cómo se paga (si se redondea o se trunca).

En las primeras partidas se puede dar más tiempo para realizar las estimaciones y, progresivamente, disminuir a sólo 2 ó 3 minutos para que vayan descartando por sí mismos estrategias de estimación menos económicas (en esfuerzo y en tiempo).

Cartas con cuadriláteros

Estas cartas permiten desarrollar actividades en las que se propicia el reconocimiento de las figuras por la clase a la que pertenecen o la explicitación de alguna de sus propiedades geométricas dadas por las relaciones entre sus elementos.

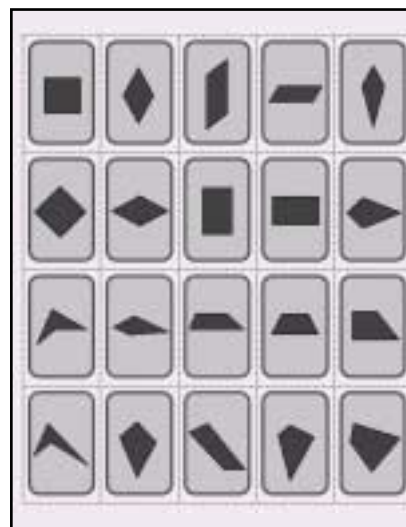
Memotest geométrico

Materiales

- 18 cartas del memotest geométrico (sólo las que tienen figuras de cuadriláteros convexos)

Organización del grupo

- Se juega en grupos de 4 alumnos.



Reglas del juego

Se mezclan las fichas y se acomodan boca abajo, en una disposición rectangular.


Por turno, cada jugador levanta 2 fichas, de manera que todos los jugadores puedan verlas; si encuentra alguna relación geométrica (tipo de figuras o propiedades) entre las dos figuras la enuncia en voz alta y, si los demás jugadores acuerdan, se lleva ambas fichas. Si no encuentra alguna relación geométrica, las vuelve a ubicar boca abajo en los mismos lugares. No se considera válido en este juego decir al levantar dos figuras: "Son convexas" o "Son cuadriláteros". Por ejemplo, pueden decir "Son rombos" o "Tienen 4 lados iguales" para levantar el cuadrado y un rombo no cuadrado, o "Son paralelogramos" o "Tienen 2 pares de lados opuestos paralelos" y no levantar sólo el paralelogramo "típico" sino dos particulares, como rombo y rectángulo o "Tienen un par de ángulos opuestos iguales (congruentes) al levantar el rombo y el rectángulo.

En cualquiera de los dos casos, se le cede el turno al siguiente jugador, hasta que no queden más fichas. Gana quien levantó más fichas. Si hay desacuerdo, deben exponer sus posiciones y justificarlas. Sólo si agotada esta instancia no se llega a un acuerdo pueden pedir la intervención del docente.

Consideraciones didácticas

Este juego permite trabajar con diferentes clasificaciones de cuadriláteros convexos y, eventualmente, con las intersecciones entre las clases de cuadriláteros, utilizando en las argumentaciones, entre otras, las nociones de paralelismo, perpendicularidad y ángulo.

En el desarrollo, los alumnos tendrán la oportunidad de poner en juego sus capacidades para clasificar, describir, analizar propiedades y formularlas en forma oral.



El tipo de propiedades utilizadas dependerá de los temas ya trabajados en la clase y del dominio que de ellas tengan los alumnos. En sucesivas ocasiones de juego irá apareciendo un repertorio de propiedades de los elementos de los cuadriláteros tales como: "Tienen un par de lados paralelos", "Tienen solamente un par de lados paralelos", "Las diagonales se cortan en partes iguales", "Los ángulos opuestos son iguales", "Tiene al menos un eje de simetría", por citar algunas.

Para que vayan incorporando nuevas propiedades, se podrán incluir en la consigna inicial distintas restricciones relativas a las propiedades ya utilizadas para que busquen otras. Por ejemplo, si sólo observan la longitud de los lados, o si los ángulos son o no rectos, o si tienen o no igual medida, la restricción será "No se puede decir 'Tienen lados iguales' ni 'Tienen ángulos iguales'."

Se puede encomendar a un alumno por grupo que durante el transcurso del juego haga una lista las propiedades expresadas oralmente y que fueron aceptadas por todos, y un croquis de los pares de figuras levantadas, de modo de llevar un registro. Cuando todos los equipos terminaron de jugar, se exponen en el pizarrón las conclusiones. Entonces se podrán discutir estas expresiones para analizar si algunas de ellas son equivalentes y si hay otra manera de expresarlas matemáticamente. También es posible que surjan unos casos en que un mismo par de figuras levantados mencionando distintas propiedades comunes y otros en los que una misma propiedad es usada para levantar distintos pares de figuras. Se tendrá así una oportunidad para reflexionar acerca de qué propiedades son más generales y cuáles más particulares.

Es importante que sean los alumnos los que controlen y analicen si las propiedades mencionadas son correctas o no, debiendo el docente intervenir sólo en el caso de que ellos no se pusieran de acuerdo.

Una opción es comenzar jugando en dos equipos de manera de permitir el "repaso" de mayor cantidad de propiedades y luego de varios partidos jugar en forma individual. Al organizar el juego en dos equipos de dos jugadores que actúen cooperativamente entre sí y competitivamente con el otro equipo, se permite que en cada equipo los jugadores compartan las propiedades que conocen y las aprovechen para aumentar el pozo común de cartas. Luego, al jugar individualmente, es posible que reconozcan y recuerden un mayor repertorio de propiedades, tomando en cuenta, por ejemplo, las propiedades identificadas por los compañeros en las partidas anteriores, y que las aprovechen para poder llevarse más fichas.

Actividades complementarias

En el juego se lleva a cabo un trabajo de reconocimiento e identificación de figuras y propiedades, y no de construcción de figuras. Para un trabajo posterior se puede, por ejemplo, partir de una hoja de papel punteado (se puede comenzar con un cuadrado de 25 puntos), y pedir que dibujen distintas figuras con vértices en los puntos. De esta manera se logran disminuir las dificultades que ocasiona el empleo correcto de los útiles de Geometría y liberar la atención a la puesta en juego de propiedades. Se puede indicar que dibujen cuadrados distintos (serán distintos si el lado es de distinta longitud), los lados no necesariamente tienen que ser verticales u horizontales. Se pueden dar consignas similares para los distintos cuadriláteros convexos.

Variantes del juego

A las 18 cartas se agregan las 12 tarjetas con propiedades y las 2 cartas con los cuadriláteros cóncavos. Se levanta una carta con figura y una tarjeta, y sólo se llevan ambas tarjetas si la figura cumple la propiedad que indica la tarjeta. Siempre debe haber acuerdo entre todos los integrantes del grupo para tener el derecho de llevarse las tarjetas.

Cartas con figuras

Este material también permite descubrir las características geométricas de las figuras y, además, identificar a éstas por su nombre.

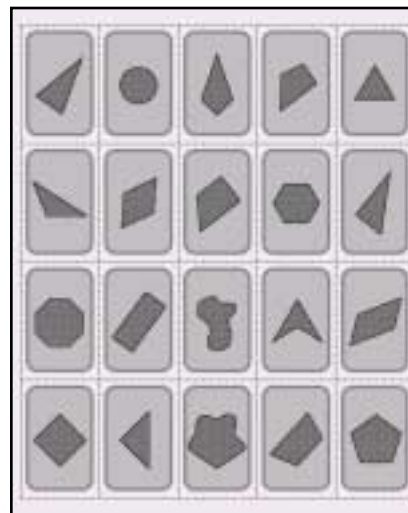
¿Quién es quién?⁵

Materiales

- 20 cartas que tienen dibujadas figuras geométricas de un lado y sus nombres del otro

Organización del grupo

- Juegan dos equipos de dos alumnos.
- Para la variante, se agregan las 10 tarjetas con propiedades y el nombre de todas las figuras que cumplen con esa propiedad.



Reglas del juego

Se disponen las tarjetas boca arriba sobre la mesa. Por turno, un equipo elige en secreto una tarjeta y la anota, y los integrantes del otro equipo tienen que identificarla, para lo cual sólo pueden realizar preguntas que requieran un sí o un no como respuesta.

Se cuenta la cantidad de preguntas realizadas hasta la identificación de la tarjeta elegida en secreto y se anota esa cantidad de puntos al equipo que hizo las preguntas. A la siguiente ronda, se alternan los equipos. Gana el equipo que suma menos puntos después de tres manos.

Para desalentar la adivinanza "a ciegas" se agrega como regla de juego, por ejemplo, que si arriesgan una figura antes de la quinta pregunta y pierden, se les suman 2 puntos.

Consideraciones didácticas

El juego permite trabajar con algunos contenidos que en los diseños curriculares aparecen en el bloque "Procedimientos relacionados con el quehacer matemático", tales como la definición de conceptos y relaciones, investigación de la validez de las generalizaciones y el uso del vocabulario geométrico a propósito de las figuras, sus elementos y propiedades. También se ponen en juego las nociones de ángulo, clasificación de los ángulos, paralelismo y perpendicularidad.

Se busca, a través del juego, trabajar sobre el concepto de definición de una figura, es decir, sobre las condiciones (necesarias y suficientes) para distinguir una figura de entre las demás.

⁵ Este juego es una adaptación del que aparece en el material didáctico del Plan de Compensación Ciclo lectivo 2000 para la provincia de Corrientes.

Al iniciar el juego se pueden controlar la complejidad y las estrategias que los alumnos deben poner en juego, indicando si se verán los dibujos o los nombres de las figuras geométricas.

Cada respuesta permite descartar una o más tarjetas, lo que puede ser efectivizado por los alumnos de distintas maneras. Si las retiran, les van quedando sólo las tarjetas con las figuras que ellos cree que cumplen –por la afirmativa o por la negativa– las propiedades enunciadas.

Después de la primera ocasión de juego se puede pedir a los equipos que anoten las preguntas para luego de jugar organizar una discusión sobre esas preguntas, analizando si existen algunas que, aunque estén expresadas de otra forma, contienen la misma información. Esto se puede llevar a cabo a fin de que los alumnos mejoren sus preguntas en ocasión de un próximo juego.

Actividades complementarias

Se pueden simular partidas teniendo a la vista las tarjetas, o parte de ellas, y preguntando, por ejemplo: “Si el equipo contrario eligió el cuadrado, ¿cuáles son las preguntas que podrías hacer para identificarlo? ¿Podrías hacer menos preguntas sin arriesgarte? Explicá cómo lo pensaste.”

Otro planteamiento puede ser: “En la mesa quedaron:



¿Qué preguntas podrías hacer para decidir cuál es la figura elegida sin arriesgarte? Explicá cómo lo pensaste”.

Buscando propiedades

Se colocan las tarjetas en el centro en dos filas: en una, las 10 tarjetas con las propiedades y los nombres de las figuras, con la propiedad hacia arriba, y en otra, las 20 tarjetas con el dibujo de una figura geométrica y su nombre, con la figura hacia arriba. Juegan 2 equipos de 2 jugadores.

Por turno, un equipo elige en secreto una tarjeta con una propiedad y la anota, para controlar. El otro equipo debe adivinar la propiedad elegida. Para esto deberá elegir las figuras geométricas de a una y preguntar si cumple la propiedad elegida. La respuesta sólo puede ser “sí” o “no”. Decidirá en qué momento cree haber encontrado la propiedad que está buscando y la enuncia. Tiene 2 chances para hacerlo.

Se cuenta la cantidad de preguntas efectuadas hasta la deducción de la propiedad elegida y se asigna ese puntaje al equipo que la adivinó. De no lograr identificarla (y de no haber errores en las respuestas) el equipo que eligió la propiedad gana 4 puntos. La asignación del puntaje debe contar con el acuerdo de todos los jugadores. Luego de 4 rondas, o según se acuerde previamente, gana el equipo con menor puntaje.

El invertir las tarjetas con los dibujos de figuras geométricas, de manera que quede a la vista sólo el nombre, aumenta el nivel de complejidad del juego en ambas variantes, ya que los alumnos deberán asociar a cada nombre al menos una representación mental de la figura y el conjunto de propiedades que la distinguen de las otras.

Es conveniente, después de cada juego, inducir a una discusión acerca de las propiedades identificadas; por ejemplo, se podría preguntar, según se avance en la clase con estos temas, cuáles son las figuras más fáciles de deducir porque cumplen con menos propiedades, o cuáles son las más difíciles de deducir sin arriesgarse, ya que se diferencian sólo por una propiedad.

Cartones de lotería ⁶

El material permite a los alumnos realizar actividades de reconocimiento de figuras, tanto a través de la representación (a quien dicta) como a través del nombre (a quienes ubican las tarjetas).

Lotería geométrica

Materiales

- 20 cartas con figuras geométricas de un lado y sus nombres del otro
- Cartones de lotería
- Lentejas, porotos o piedritas para anotar (15 para cada jugador)



Organización del grupo

- Se juega en equipos de 4 alumnos.

Reglas del juego


Se reparten los cartones entre tres jugadores. El restante jugador dicta esa ronda. Puede acordarse si se juega con uno o dos cartones para cada jugador, en cada juego.

Se preparan las tarjetas que se usan para dictar, colocándolas con la cara que tiene la figura hacia arriba, se mezclan sin mirarlas, cuidando de no voltearlas, y se apilan.

Por turno, uno de los alumnos dicta las figuras que va sacando de la pila que preparó, sin que la vean los demás, y los otros 3 jugadores tienen que identificar si en sus cartones de lotería tienen la figura dictada. De ser así, deben señalarla con el material disponible (poroto, etc.).

La figura dictada se coloca aparte, para usarla en el control posterior (para eso, se usa la otra cara confirmando que el dictado fue correcto).

⁶ Los materiales y juegos presentados son una adaptación de los que aparecen en *Juega y aprende* (op. cit.) de Irma Fuenlabrada.



Quien primero llena su cartón se anota el punto de esa ronda, previo control de que el dictado fue correcto y de que realmente se marcaron bien las figuras.

El juego se puede realizar por 4 rondas para que todos tengan la oportunidad de dictar figuras y de reconocerlas.

Consideraciones didácticas

El juego permite trabajar con algunos contenidos del bloque “Procedimientos relacionados con el quehacer matemático”, tales como definición de conceptos y relaciones, investigación de validez de las generalizaciones y uso del vocabulario geométrico a propósito de las figuras, sus elementos y propiedades, poniendo en juego asimismo las nociones de ángulo, clasificación de los ángulos, paralelismo y perpendicularidad.

Permite realizar identificaciones de las figuras en dos sentidos: entre la representación de la figura mediante un dibujo y su nombre y/o sus propiedades.

Es de destacar que la dinámica de los juegos de lotería favorece el perfeccionamiento de estrategias de identificación de figuras, porque gana quien primero avisa que terminó de llenar el cartón.

Es importante que se aproveche el hecho de que las fichas contienen distinta información en cada cara, usando la de la figura para dictar, lo que obliga a quien dicta a reconocer y recordar los aspectos principales o directamente el nombre de la figura, y luego se puede controlar, a partir de la otra cara, el resultado de la acción.

Actividades complementarias

Se pueden ejercitar el dictado y el dibujo de figuras usando los cartones de lotería: por turno, uno de los integrantes del grupo toma un cartón y, sin mostrárselo a los demás, dicta las figuras que aparecen en él; los demás tienen que anotar el nombre o la descripción dictados y dibujar las figuras en el cuaderno. Al terminar, se verifica si corresponden o no a las del cartón, y se corrigen.

Se puede aprovechar para discutir, por ejemplo, en el caso en que se dicte solamente “Tiene dos lados rectos y uno curvo”, que se considera correcta una figura que no se parezca a la del cartón, pero que cumpla la propiedad, y que si se quiere que esa figura se parezca a la del cartón, quizás haya que dictar más información.

También se pueden simular partidas, dibujando dos cartones y dando algunas figuras (o propiedades, si se está jugando con la segunda versión), y preguntando quién ganaría si se dictara en ese orden; o preguntando si con las mismas fichas dictadas, si hubieran salido en algún otro orden, podría haber ganado el otro jugador.

Variantes del juego

Para esta variante se agregan las 10 tarjetas con propiedades. Si quien dicta utiliza las tarjetas con propiedades, en lugar de las tarjetas con una sola figura, al mencionar cada propiedad, los demás tienen que tratar de identificar todas las figuras de su cartón que verifi-



quen dicha propiedad, porque de olvidarse alguna, puede ganar otro jugador, es decir que se puede llegar a colocar más de una piedrita o poroto por propiedad dictada.

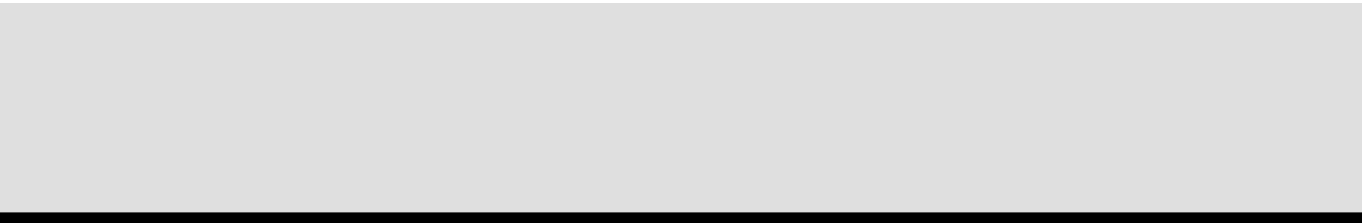
En este caso, es más complejo controlar la tarea, porque, si bien detrás de la tarjeta se enumeran todas las figuras que cumplen la propiedad, para identificarlas tienen que tener disponibles las representaciones mentales de las figuras.

Para diseñar una secuencia asociada a este juego, se pueden emplear las figuras o los cartones para una actividad colectiva de dictado de figuras o de propiedades, primero a cargo del docente, y luego a cargo de algunos alumnos, con todo el resto del grupo de alumnos dibujando, y realizar una puesta en común para el control colectivo.

Se puede discutir también qué condiciones son necesarias para identificar una figura. Volvemos al ejemplo en que se propone para discutir la condición: "Tiene dos lados rectos y uno curvo". ¿Se considera correcta una figura que no se parezca a la dibujada en el cartón o en la tarjeta que se usa para dictar, pero que cumpla la propiedad? ¿Hay que dar más información para que la figura se parezca a la del cartón?

Luego se puede organizar un momento de juego colectivo, con la primera versión de lotería, y una puesta en común sobre los desacuerdos que hayan surgido.

Posteriormente, se puede emplear la segunda versión descrita y también se pueden alternar las partidas con actividades de simulación de partidas para ser realizadas en el cuaderno.



Figuras para armar figuras

Este juego permite la puesta en práctica de estrategias personales de construcción de figuras tomando en cuenta las familias de aquellas que cumplen ciertas propiedades geométricas.

Al disponer de las piezas recortadas, los alumnos tienen la posibilidad de manipularlas y poner en juego sus concepciones sobre, por ejemplo, equivalencia de áreas de figuras de diferente forma, perímetros, movimientos en el plano y simetrías y composición de figuras.

A diseñar patios

Materiales

- 48 cuadraditos, 24 para cada equipo
- Mazo de cartas con los números de 1 a 20

Organización del grupo

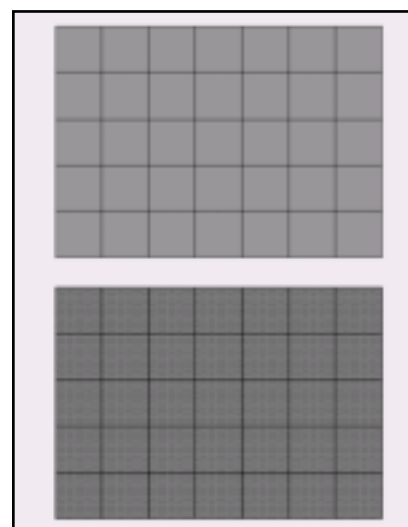
- Se juega de a 4 integrantes: 2 equipos de 2 alumnos.

Reglas del juego

Se trata de armar patios de diferentes formas a partir de los cuadraditos, sin superponer piezas, y con la condición de que cada cuadradito debe tener, al menos, un lado común con otro.

Se coloca el mazo de cartas boca abajo y el juego comienza cuando un jugador extrae una carta y la pone boca arriba. El número que allí aparece será el número de baldosas del patio. Cada equipo debe entonces formar con cuadraditos, como indica la carta, la figura de mayor perímetro posible.

Gana y se anota un punto el equipo cuya figura tiene perímetro mayor. Si son perímetros iguales, hay empate y llevan un punto cada uno. El juego concluye luego de jugadas 10 manos.



Consideraciones didácticas

Se puede pedir a los alumnos que, al concluir cada mano, anoten en una tabla el número de baldosas y el contorno de cada patio.

Con baldosas	Equipo 1	Equipo 2
8		

También se puede pedir, si se les proporciona papel cuadriculado, que dibujen en cada caso las figuras obtenidas. Esto permitirá hacer una puesta en común armando una tabla con los resultados de todos los equipos.

El juego permite asimismo abordar, las nociones de perímetro y área, las relaciones entre perímetro y área, y la equivalencia de figuras por área. Se ponen en juego procedimientos de reproducción de figuras.

Es importante que sean los alumnos quienes controlen y analicen si las figuras se adecuan o no a los criterios de construcción establecidos, debiendo el docente intervenir sólo en el caso de que ellos no se pongan de acuerdo.

El juego permite trabajar en la discriminación entre área y perímetro, y también distinguir entre el perímetro de las figuras formadas y el perímetro de los cuadraditos que la forman (no aditividad del perímetro) y trabajar con la conservación del área, al no poder haber superposición entre los cuadraditos para formar las figuras.

Actividades complementarias

Se puede pedir a los alumnos, por ejemplo, que dibujen en el cuaderno la familia de figuras de 2, de 3 y de 4 unidades de área (o de las otras medidas), y aprovechar la puesta en común para iniciar la discusión acerca de cuándo dos figuras pueden ser consideradas diferentes o no (si se consideran iguales o no las figuras que surgen de la rotación de otra, por ejemplo).

Luego de completada la familia de figuras pedidas, se les puede solicitar que identifiquen aquellas que cumplan determinada propiedad, por ejemplo, las convexas o las que tienen exactamente un eje de simetría, variando las consignas según las propiedades conocidas por la clase.

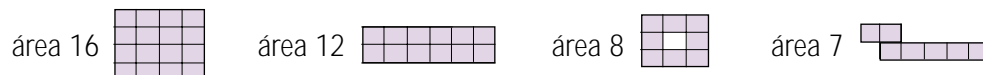
En el cuaderno pueden ordenar por perímetro creciente las figuras de una cantidad fija de área.

Patios de igual contorno

Con cartas pares del 8 al 20 se trata de que cada equipo arme una figura con el perímetro que sale en la carta. Gana un punto el que tiene mayor área (o menor, según se haya acordado antes de comenzar). Si hay más de uno con la misma área, cada uno gana 1/2.



Por ejemplo: perímetro = 16



Actividades complementarias

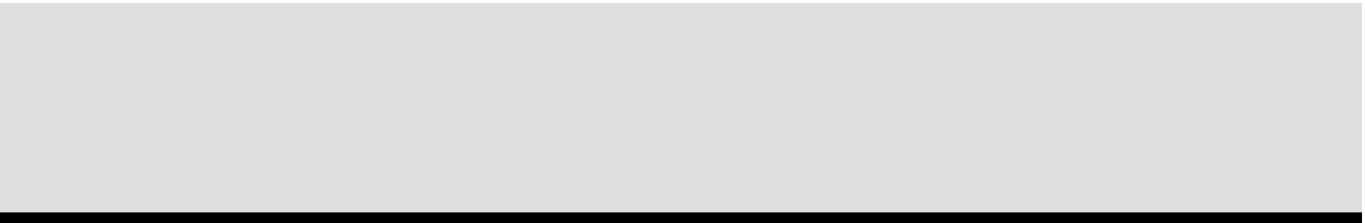
Como actividad complementaria a esta variante, se puede proponer que, por grupos, intenten hallar todas o la mayor cantidad posible de figuras distintas que se pueden armar con las características dadas.

Actividades de investigación

Los materiales denominados “Figuras para armar figuras” han sido pensados para proponer a los alumnos actividades de investigación.

Las hojas punteadas se usan como bases para el armado de figuras cuando sea necesario.

- a) Se pueden presentar, por ejemplo, consignas de trabajo como las siguientes.
 - Formar la mayor cantidad posible de figuras convexas y ponerles nombre: sobre hoja punteada cuadrículada con cuadrados; sobre hoja punteada cuadrículada con triángulos rectángulos; sobre hoja punteada triangular con triángulos equiláteros; sobre hoja punteada cuadrículada con cuadrados y triángulos rectángulos;
- b) Discutir qué tienen en común las figuras que se pueden formar sobre cada tipo de papel punteado. En un caso serán figuras con ángulos de 90° , 45° y 135° , y en el otro figuras con ángulos de 60° y 120° .
- c) Explorar distintos tamaños posibles de una misma figura, generando ampliaciones.
- d) Explorar cómo obtener figuras simétricas a una dada en relación a ejes de simetría ubicados en diferentes posiciones: exterior a la figura que determine 2 partes coincidentes en ella, o coincidente con cada uno de los lados. En este último caso, será interesante pedir a los alumnos que anticipen qué figura quedará formada.



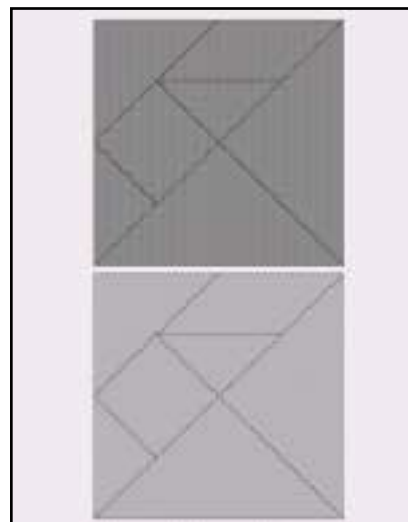
Tangram y plantillas

Este conocido rompecabezas de origen chino da la posibilidad de trabajar en la composición y la equivalencia de figuras elementales.

¿Qué piezas? I

Materiales

- Piezas recortadas de los 2 tangram
- Papel y lápiz para esbozar las soluciones



Organización del grupo

- Juegan 2 equipos de 2 alumnos, según la versión.

Reglas del juego

Se elige qué equipo comienza. Los integrantes de ese equipo, sin que los vea el equipo contrario, seleccionan 2 ó 3 piezas de sus juegos de fichas de tangram, arman una figura (yuxtaponiendo las piezas sin superponerlas) y copian el contorno en una hoja (conviene que armen la figura directamente sobre la hoja). Hasta el momento de controlar la respuesta, tapan las fichas que usaron y pasan la hoja con el contorno al otro equipo. Los integrantes del equipo que recibe la hoja tienen que reconstruir la figura usando 2 ó 3 piezas de su juego de fichas y, cuando terminan, mostrar la solución que encontraron. (Los alumnos del equipo que armó la figura inicial no anuncian cuántas figuras utilizaron, tarea que le corresponde "adivinar" al otro equipo.) Se destapa el armado original de la figura que realizó el primer equipo y se lo compara con el del segundo equipo. Si coinciden, el equipo que "adivinó" gana un punto. Si se propuso una solución alternativa válida, y hay acuerdo en que así es, gana dos puntos. Si no lo logra, no anota puntos en esa ronda. Gana el equipo que obtiene más puntos.

Al cabo de 2 ó 3 partidas, para que se familiaricen con el juego, se puede agregar un límite de tiempo para ambos equipos; también se puede agregar la restricción de que la figura la construya uno solo de los miembros del equipo, y el otro no puede ayudarlo.



Se pueden jugar 4 rondas para que participen en cada rol a todos los integrantes.

Otra opción es realizar el mismo juego con figuras formadas a partir de otra cantidad de piezas, previamente acordada.

Con este juego se busca que los alumnos trabajen con las figuras y sus propiedades, con los movimientos de figuras en el plano y con las propiedades que se mantienen invariantes, con simetrías en figuras.

También se requiere del uso de criterios de congruencia, de descomposición de superficies y de clasificación para la identificación y la reproducción de formas.

¿Qué piezas? II

En esta variante, se usan, además, las plantillas recortadas. Uno de los equipos elige una de las plantillas. El otro equipo tiene que completar la figura ubicando sus 7 fichas sin superponerlas. El puntaje se otorga igual que en la primera versión del juego.

Consideraciones didácticas

Al no poder superponer las piezas, los alumnos tendrán que pensar en criterios de congruencia y propiedades de lados y de ángulos. Tendrán la oportunidad de poner en juego procedimientos de reproducción y de construcción de figuras planas, agrupamiento y reducción de figuras, formulación y constatación de hipótesis, identificación de figuras a partir de sus elementos y/o algunas de sus propiedades.

Un aspecto que puede tenerse en cuenta al desarrollar en el aula actividades a partir del armado de figuras con las piezas, es la existencia, para algunas de ellas, de una única solución, de más de una solución o de ninguna. Hay muchos libros de figuras de tangram de los cuales se pueden sacar modelos empleando las 7 piezas y sus soluciones; pero, en general, no se analiza en ellos si la solución proporcionada es la única.

Se puede realizar una introducción a este tipo de análisis a partir de figuras que utilicen menos de 7 piezas para reducir el nivel de complejidad de la tarea. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que armen un cuadrado con dos piezas, con todas las combinaciones de piezas que se les ocurran; luego, con 3 piezas y, finalmente, con 4, y que registren sus soluciones. Después, mediante una puesta en común, se pueden comparar las soluciones y buscar la equivalencia entre algunas de ellas; así, se podrá identificar si surgió más de una solución para formar cuadrados del mismo tamaño.

También se pueden proponer el análisis de “paradojas” como la siguiente:

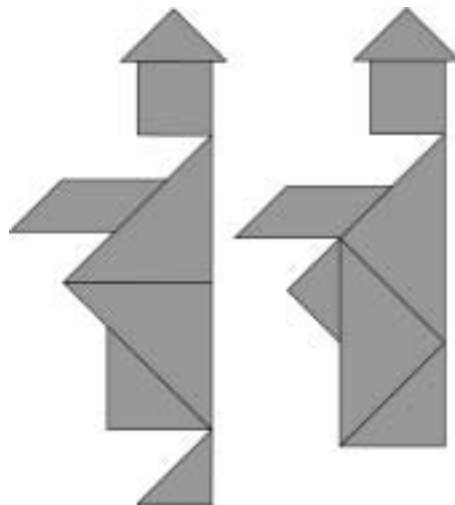
- Ambas figuras se armaron usando las 7 piezas del tangram, sin superponerlas.



Aparentemente no se cumple el principio de conservación del área, ya que parecen iguales, pero a la segunda le falta el pie.




La paradoja se explica de la siguiente manera: la segunda figura tiene más "panza" porque se le agregó una franja de área igual a la del pie de la primera.



Actividades complementarias

Se pueden simular partidas en las que el docente muestre los contornos de dos figuras armadas con las mismas piezas y los alumnos tengan que identificar cuáles son las piezas usadas (puede indicarse o no la cantidad de piezas empleadas). O pueden proponerse, si en el curso trabajaron con propiedades de las figuras, actividades como la siguiente:

- Con 2 piezas del tangram armé una figura con un solo eje de simetría. ¿Qué figura puede ser? (o: "Armé una figura con un solo ángulo recto", u otras similares).



Se puede explorar, en pequeños grupos, si hay más de una respuesta posible; y luego pedirles que expongan sus respuestas en el pizarrón. En una puesta en común, poner en juego el uso de los criterios de congruencia de figuras, proponiéndoles identificar cuántas soluciones distintas hay.

También se puede proponer la construcción de alguna figura imposible de armar a partir de esas piezas, por ejemplo, un triángulo equilátero, y empezar a aprender formas de argumentar por qué no es posible construirla (en este caso, alcanzaría con que notaran que los ángulos de las piezas miden 45° y 90° , y que ninguna combinación suma 60°).

Variantes del juego

Se pueden proponer problemas de clasificación de las figuras convexas que pueden obtenerse a partir de una o de varias piezas del tangram, de acuerdo con el nivel de los alumnos.

Esta actividad puede proponerse como competencia entre dos grupos de dos alumnos, para ver, en un tiempo prefijado, quién arma más figuras convexas, con la cantidad acordada de piezas, y que, además, las clasifica. Por ejemplo, se puede pedir que se armen solamente cuadriláteros convexas.

Como aporte histórico, acotamos que, en 1942, dos matemáticos chinos, Fu Traing Wang y Chuan-Chih Hsiung, clasificaron las figuras convexas que pueden realizarse con las 7 piezas del tangram. Son 13: un triángulo, seis cuadriláteros (un cuadrado, un rectángulo, un paralelogramo, un trapecio isósceles y dos trapecios rectángulos), dos pentágonos y 4 hexágonos. En 1995, el italiano Silvio Giordano demostró que, en efecto, son éstos todos los cuadriláteros convexas que se pueden realizar con el tangram.

Una tarea más compleja es explorar las distintas formas posibles de construir figuras anagram pentagonales. Usando las 7 piezas, se han individualizado 53 (Gardner, "Juegos matemáticos", en Scientific American, 1988). Este resultado se verificó con un programa de computación especialmente programado. Sin embargo, hasta el momento no se tiene una demostración completa y, por lo tanto, se trata de un "problema tangram" abierto.

Las mismas consignas, según la cantidad de piezas involucradas, varían la complejidad de la tarea. Aquí se ponen en juego estrategias de conteo y criterios de congruencia, ya que deben asegurarse de que no se repiten figuras y de que no están olvidando ninguna. Estas estrategias se hacen más complejas hasta dar lugar a problemas abiertos, como el mencionado anteriormente.

MATERIAL DE DISTRIBUCIÓN GRATUITA

DIRECCIÓN NACIONAL DE
GESTIÓN CURRICULAR Y FORMACIÓN DOCENTE

